

# Simulation des vibrations d'organes moteur complexes à amortissement non-standard par méthodes modales étendues

O. SAUVAGE<sup>a</sup>, E. BALMÈS<sup>b</sup>, J.M. LAGACHE<sup>c</sup>, F. QUIQUE<sup>a</sup>

*a. PSA Peugeot Citroën, Direction Recherche et Innovation Automobile, 78943 Vélizy-Villacoublay cdx*

*b. SDTools, 44 rue Vergniaud et Arts & Métiers ParisTech, 151 boulevard de l'Hôpital, 75013 Paris*

*c. PSA Peugeot Citroën, Direction Technique et Industrielle, 92250 La Garenne-Colombes*

## Résumé :

*On présente et utilise une généralisation des méthodes d'analyse modale prenant en compte de manière appropriée des éléments viscoélastiques localisés, dont les propriétés varient en fréquence et température. Ces méthodes modales étendues sont issues d'itérations sur résidus considérant les efforts viscoélastiques comme perturbation non-linéaire d'un modèle élastique approché. Des comparaisons sont réalisées avec des solutions de référence sur plusieurs cas de calcul. On montre notamment l'intérêt de ces approches sur une structure moteur à géométrie complexe intégrant des viscoélastiques localisés, avec des implémentations MATLAB/SDT et NASTRAN/DMAP.*

## Abstract :

*The general topic of this paper is non standard damping which has to be taken into account when modeling complex, industrial and "smart" or viscoelastically damped structures. We detail a numerical method using elastic normal modes completed with Krylov-type iteration vectors on residual viscoelastic efforts, which are considered as non linear perturbations from a nominal elastic model. Applications are presented on the case of a Diesel engine crankshaft including local dampers. Time and precision efficiencies are demonstrated through comparisons with direct linear resolutions, using two implementations in MATLAB/SDT and NASTRAN/DMAP codes.*

**Mots clefs :** amortissement, viscoélastique, non-standard, itérations sur résidu, moteur, vilebrequin

## 1 Contexte et motivations : structures complexes, amortissements ciblés

Le recours au calcul numérique par éléments finis lors du développement des automobiles de grande série n'est plus un fait récent. Aujourd'hui, ces simulations interviennent lors des phases de validation de la conception des structures comme le groupe moto-propulseur (GMP), de manière à remplacer économiquement des essais sur prototypes. La géométrie complexe de pièces comme un carter-cylindres peut être approchée avec un effort raisonnable par des triangulations au besoin très fines, générant des modèles à très grand nombre de degrés de liberté. Les capacités croissantes des machines et l'amélioration des solveurs aux valeurs propres usuels (typiquement ceux adoptant des stratégies de sous-structuration numérique multi-niveaux [1]) rendent actuellement possible l'extraction d'un très grand nombre de modes propres de vibrations de ces structures complexes, supposées élastiques. Cette extension en fréquence des approches modales appelle aussi des représentations plus réalistes du comportement des matériaux. L'amortissement des vibrations, notamment, doit être pris en compte par des modèles plus réalistes (car plus physiques) que ceux sous-tendus par les hypothèses standard d'amortissement modal (plutôt guidées par des commodités numériques). Ceci est une première motivation pour mettre en œuvre des méthodes numériques autorisant la modélisation de comportements de type viscoélastique pour certains matériaux composant les structures, tout en tirant parti des performances actuelles des solveurs aux valeurs propres standards.

Une deuxième motivation importante est que l'amortissement en tant que tel est de plus en plus un levier de conception et s'ajoute aux paramètres fonctionnels à spécifier et à maîtriser : on cherche à amortir les structures moteur par différents moyens spécifiques, pour lesquels disposer de modèles pertinents aux différentes étapes de la conception est indispensable.

Dans la partie 2 on présente une méthode de calcul adaptée à la problématique qui vient d'être décrite. Cette méthode utilise des projections sur des bases modales standard étendues par des termes issus d'itérations sur résidus. La partie 3 présente différentes applications de ces outils de simulation sur le concept d'un vilebrequin de moteur Diesel à contrepoids amortis.

## 2 Méthodes numériques modales utilisant des itérations sur résidus

Dans cette partie nous décrivons une méthode permettant de calculer de manière performante les vibrations de structures viscoélastiques ayant un amortissement "non standard".

### 2.1 Modélisations physiques et système à résoudre

La structure à étudier est représentée par un modèle en éléments finis comprenant  $N \gg 1$  degrés de liberté. Les lois de comportement des matériaux la composant sont de type viscoélastique. On se place dans le domaine des fréquences et on utilise l'approche classique dite du module complexe [2], qui conduit à des modules d'élasticité de la forme :

$$E_i^*(\omega, T) = E_i(\omega, T)(1 + i\eta_i(\omega, T)) \quad (1)$$

Les lois de variation en fonction de la fréquence sont en pratique des données tabulées, provenant le plus souvent de mesures, ou de modèles rhéologiques. On aboutit à une matrice de raideur dynamique du système  $Z^*(\omega)$  complexe et dépendant de la fréquence. De manière générale, on peut exprimer la rigidité dynamique comme combinaison linéaire de matrices constantes calculées pour les modules réels de référence  $E_j^{\text{ref}}$

$$Z^*(\omega) = -\omega^2 M + K^*(\omega) = -\omega^2 M + \sum_{j=1}^m \frac{E_j^*(\omega)}{E_j^{\text{ref}}} K_j^{\text{ref}} \quad (2)$$

Le champ de déplacement de la structure est donné par la solution  $X(\omega)$  du problème suivant, à amortissement non-standard :

$$Z^*(\omega)X(\omega) = F \quad (3)$$

où  $F$  représente les efforts extérieurs appliqués à la structure. Pour la plupart de nos applications, on sollicite la structure de manière assez localisée (souvent des interfaces de couplage avec d'autres systèmes) et on s'intéresse à des fonctions de réponse en fréquence. Dans l'exemple du vilebrequin décrit en partie 3, ce seront les centres des manetons.

La résolution directe du problème (3) pour une large plage de fréquences et en comptant de nombreux cas de calcul lors des phases de conception conduit toujours à des temps de calcul prohibitifs. Il est numériquement toujours nettement plus efficace d'utiliser des décompositions spectrales des opérateurs mécaniques (en usant les solveurs actuels), servant de point de départ à la création de modèles réduits. Ceci d'autant plus que la taille des modèles E.F. actuels est plus guidée par le respect de la géométrie des pièces (complexe) que par les longueurs d'ondes vibratoires à représenter. Les paragraphes qui suivent décrivent une méthode de calcul proposée par Balmès *et al.* [3][4][5] qui utilise des itérations sur résidu pour enrichir les bases de projection modales habituellement utilisées et mises en défaut par la présence d'amortissement non-standard.

### 2.2 Itérations sur résidus et enrichissements

Pour une fréquence donnée, on cherche à résoudre le système  $Z^*X = F$ . On utilise pour cela un algorithme d'itérations sur résidus avec une matrice de préconditionnement  $Z_0$ , qui correspond à une linéarisation de la raideur dynamique  $Z^*$  autour du point de fonctionnement élastique de référence. A ce stade, l'écart par rapport à ce problème de référence peut venir de la variation des modules en fréquence, en température, en pré-contrainte, etc. :  $Z^* = Z^*(E, T, \dots, \omega)$ . Ce problème purement élastique a une solution  $X_0$  dont le calcul est la première étape de l'algorithme :

$$Z_0 X_0 = F \quad \Rightarrow \quad X_0 = Z_0^{-1} F \quad (4)$$

Les étapes suivantes consistent à calculer les solutions  $X_n$  du problème précédent perturbé par les résidus en effort successifs :

$$Z_0 X_n = F + (Z_0 - Z^*)X_{n-1} \quad \Rightarrow \quad X_n = Z_0^{-1} F + Z_0^{-1} (Z_0 - Z^*)X_{n-1} \quad (5)$$

Le terme général  $X_n$  de la série s'écrit aussi :

$$X_n = (I_N + \mathcal{Z} + \mathcal{Z}^2 + \dots + \mathcal{Z}^n)X_0 \quad \text{avec} \quad \mathcal{Z} = Z_0^{-1}(Z_0 - Z^*) \quad (6)$$

La suite converge (alors, vers la solution  $X$  recherchée) si la matrice d'itération  $\mathcal{Z}$  est contractante :

$$\|X_n - X_{n-1}\| \leq \|\mathcal{Z}\|^n \|X_0\| \quad (7)$$

Le choix du préconditionneur  $Z_0$  résulte d'un compromis habituel entre proximité avec la matrice initiale  $Z^*$  et facilité d'inversion. Dans l'approche par bandes de fréquences décrite à la référence [6] on a préféré une grande facilité d'inversion et de nombreuses itérations à chaque fréquence de calcul.

Ici on va préférer une bonne proximité avec le problème initial en  $Z^*$  et (très) peu d'itérations. On choisit le préconditionneur suivant :

$$Z_0(\omega) = -\omega^2 M + K^{\text{ref}} \quad \text{avec} \quad K^{\text{ref}} = \sum_{j=1}^m K_j^{\text{ref}} \quad (8)$$

On note  $\omega_k$  et  $\phi_k$  les  $N$  pulsations et modes propres élastiques vérifiant  $K^{\text{ref}} \phi_k = \omega_k^2 M \phi_k$  que l'on choisit  $M$ -orthonormés et dont on ne retiendra que les  $p \ll N$  premiers rangés par ordre croissant de pulsation, de manière à donner une bonne approximation de la solution  $Y(\omega)$  du problème type  $Z_0(\omega)Y(\omega) = G(\omega)$  :

$$Y(\omega) = Z_0(\omega)^{-1}G(\omega) = K^{\text{ref}-1}G(\omega) + \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k(\omega)\phi_k \simeq K^{\text{ref}-1}G(\omega) + \sum_{k=1}^p \alpha_k(\omega)\phi_k \quad (9)$$

Il est important de noter que nous utilisons une série modale tronquée mais accélérée (voir par exemple [7] pour un développement précis de ces aspects), où l'on prend soin d'assurer une solution statique exacte au problème dynamique. On a ainsi une expression approchée de  $X_0(\omega)$ , représentée sur une base  $T_0$  constante en fréquence :

$$X_0(\omega) \simeq T_0 \alpha_0(\omega) \quad \text{avec} \quad T_0 = [K^{\text{ref}-1}F \ \phi_1 \ \dots \ \phi_p] \quad (10)$$

A l'itération sur résidu suivante,  $X_1(\omega)$  est approché sur le sous-espace généré par  $T_1(\omega)$  :

$$X_1(\omega) \simeq T_1(\omega) \alpha_1(\omega) \quad \text{avec} \quad T_1(\omega) = [T_0 \ T_{0c}(\omega)] \quad (11)$$

$$\text{et avec} \quad T_{0c}(\omega) = K^{\text{ref}-1}[K_0(\omega) - K^*(\omega)] T_0 \quad (12)$$

Le système de vecteurs  $T_{0c}(\omega)$  permettant de compléter la base  $T_0$  est composé des relèvements statiques des efforts résiduels générés par les vecteurs de  $T_0$ . Il varie d'une fréquence à une autre et sa construction effective nécessiterait un nombre trop important de résolutions linéaires. Il est alors plus judicieux d'utiliser un système *a priori* proche mais invariant en fréquence où ces relèvements sont calculés pour la pulsation au voisinage de laquelle les vecteurs de  $T_0$  interviendront effectivement dans la réponse du système (5) :

$$\widetilde{T}_{0c} = K^{\text{ref}-1} \left[ [K_0(0) - K^*(0)]K^{\text{ref}-1}F \ [K_0(\omega_1) - K^*(\omega_1)]\phi_1 \ \dots \ [K_0(\omega_p) - K^*(\omega_p)]\phi_p \right] \quad (13)$$

On représente alors  $X_1(\omega)$  sur le système de vecteurs  $\widetilde{T}_1$  suivant :

$$X_1(\omega) \simeq \widetilde{T}_1 \widetilde{\alpha}_1(\omega) \quad \text{avec} \quad \widetilde{T}_1 = [T_0 \ \widetilde{T}_{0c}] \quad (14)$$

En suivant la même démarche pour les itérations suivantes, on augmente progressivement la dimension et donc la représentativité du sous-espace dans lequel on cherche une approximation de la solution au problème (3). A quelle itération s'arrêter ? La pratique montre jusqu'à présent, sur de nombreux cas industriels, qu'à la première itération on obtient une précision très satisfaisante. Le paragraphe suivant indique la construction des modèles réduits à partir des systèmes de vecteurs ainsi calculés.

### 2.3 Bases de projection, modèles réduits et évaluation des FRF

Une fois les vecteurs de  $\widetilde{T}_1$  calculés, on forme une base  $T$  de projection du sous-espace correspondant en utilisant un algorithme de SVD [8], comprenant un critère d'élimination des vecteurs associés aux valeurs singulières de trop petite valeur et imposant une  $M$ -orthonormalité.

Cette étape est indispensable pour garantir le bon conditionnement des matrices représentant le système réduit et pour le projeter sous la forme habituellement rencontrée (type Ritz-Galerkin) :

$$X(\omega) \simeq T \alpha(\omega) \quad T^t Z^*(\omega) T \alpha(\omega) = T^t F \quad (15)$$

La résolution du problème réduit (15), de taille  $\leq 2(p+1) \ll N$ , peut alors se faire fréquence par fréquence par méthode directe, avec un coût global quasiment limité au calcul initial des modes propres du problème élastique tangent et des relèvements statiques des efforts résiduels associés.

Par ailleurs, on ne souhaitera observer qu'une partie seulement des degrés de liberté formant la structure physique. On s'intéressera à  $O(\omega)$  donné par une localisation  $L_o$  :

$$O(\omega) = L_o X(\omega) \simeq (L_o T) \alpha(\omega) \quad (16)$$

Une grandeur pertinente à observer sera le gain maximum de la matrice de transfert  $H$  entre les excitations et les points d'observation ( $O = HF$ ), donné par la racine du rayon spectral de  $H^*H$  (N.B. : ici  $H^*$  désigne la transposée conjuguée de  $H$ ) :

$$\mathcal{G}_{\text{max}}^2(\omega) = \max \frac{\|O\|^2}{\|F\|^2} = \max \frac{F^* H^* H F}{F^* F} = \rho(H^* H) \quad (17)$$

### 3 Calcul des vibrations d'un vilebrequin amorti

Un cas d'application pratique de la méthode précédente est la simulation des vibrations d'un vilebrequin de moteur Diesel, dont on a utilisé les contrepoids comme batteurs amortis [9]. Un intérêt est, notamment, de rendre possible des itérations rapides en phase de conception avancée en simulant des essais. On prend ici le vilebrequin libre sans rotation autour de son axe.

#### 3.1 Description de la structure et de son modèle

L'idée est d'usiner une gorge dans les contrepoids et de les remplir d'un matériau amortissant (type visco-élastique). Un premier dimensionnement de ce concept a été réalisé à l'aide de techniques de raccordement dynamique de structures [10] et ont donné une première taille pour les gorges. A partir d'un modèle E.F. (figure 1) prenant en compte ce premier dimensionnement, on calcule la réponse de la structure complète à un effort unitaire appliqué suivant la direction Z, au centre du premier maneton. Les observations sont faites au centre des tourillons, dans toutes les directions, en vue de comparer les transferts vibratoires entre les points d'entrée (bielles sur les manetons) et de sortie (tourillons sur les paliers moteur) d'efforts.

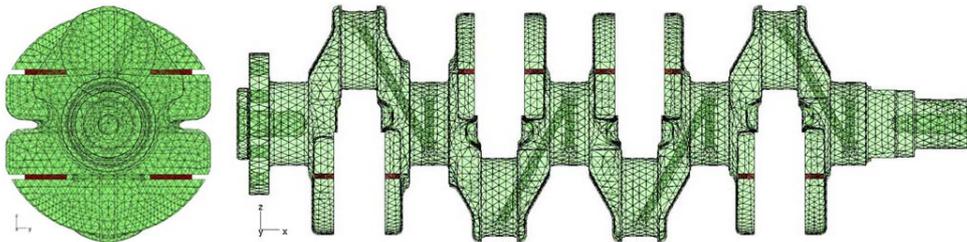


FIG. 1 – Modèle E.F. d'un vilebrequin à contrepoids amortis (vues de face et de droite).

La structure du vilebrequin est représentée par environ 200.000 éléments tétraédriques. Il est essentiellement composé d'acier forgé. Le matériau amortissant localisé dans les contrepoids (éléments foncés sur la vue de droite présentée figure 1) prendra des valeurs de module d'Young et de facteur d'amortissement tabulées, différentes suivant les cas de calcul. On cherche à calculer les vibrations de cette structure sur une large bande de fréquences (jusqu'à environ 10 kHz), avec un pas relativement fin, pour différentes températures.

On va s'intéresser à des fonctions de réponse en fréquence, des rayons spectraux, l'estimation, à partir de ces derniers, d'amortissements hystérétiques équivalents pour les résonances observées *in fine* sur les amplitudes des déplacements, l'évolution des fréquences de résonance, etc.

#### 3.2 Mises en oeuvre de la méthode modale étendue

Plusieurs implémentations de la méthode existent et ont été testées. Une première est faite dans l'environnement MATLAB avec la toolbox SDT [11] et fonctionne sur une machine locale. Une seconde a été réalisée dans NASTRAN sous la forme d'une DMAP dédiée et fonctionne sur un serveur de calcul. Dans les deux cas on a réalisé des comparaisons avec des réponses directes qui permettent de vérifier la très bonne précision de la méthode et de mesurer son efficacité numérique.

##### 3.2.1 Environnement MATLAB/SDT

La méthode a été utilisée sur Opteron 512 avec Linux 64, MATLAB 7.5 et SDT 6.2. Un modèle utilisant des éléments linéaires à environ 120.000 degrés de liberté (d'une convergence déjà très satisfaisante ici) a été utilisé. Il permet des calculs directs en mémoire vive (environ 3.6 GB utilisés). La figure 2 montre 4 exemples de modes propres élastiques sur lesquels on calcule une énergie de déformation dans le matériau dissipatif (approches type MSE). On a pris des lois dérivées d'un matériau connu comme le Smactane.

On observe (figure 2) que le vilebrequin est peu amorti avant 2 kHz, où peu d'énergie de déformation existe dans les contrepoids. A partir de cette fréquence on observe, notamment, un amortissement des modes de flexion des contrepoids. Comme cela se voit dans le tracé balayant un assez grand nombre de températures (figure 3) il existe cependant certains modes peu amortis dans la bande 3-5 kHz, comme le mode de torsion de contrepoids évoluant autour de 3900 Hz. Dans le transfert présenté figure 4, on note les amortissements faibles à basse fréquence puis la zone mieux amortie des flexions maneton vers 3 kHz. L'influence de la température est très nette pour le matériau testé ici : quand elle augmente le matériau devient trop mou et la performance chute assez rapidement.

La résolution fréquentielle directe sur le modèle complet est réalisée en 140 s par fréquence en moyenne. La réduction de modèle, comprenant un calcul modal et une itération de correction, est réalisée en 352 s soit environ 2,5 calculs directs. Cette configuration est assez favorable, car on ne calcule que 50 modes. Pour

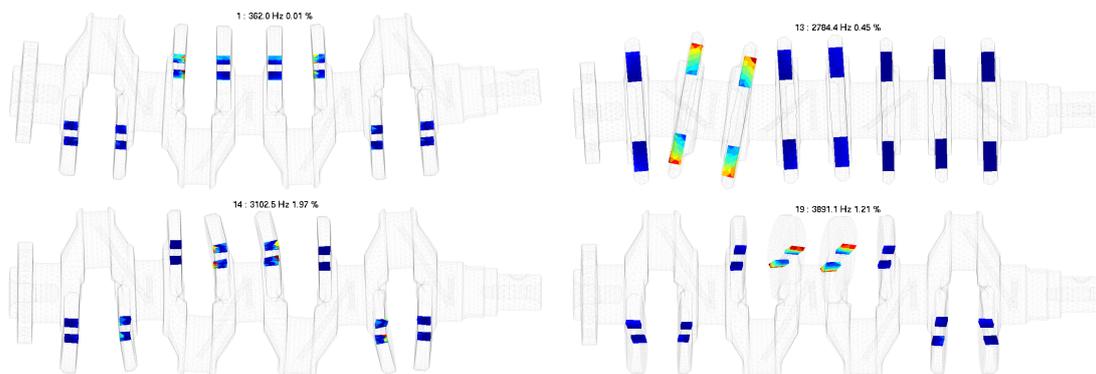


FIG. 2 – Modes propres du vilebrequin et énergies de déformation localisée dans les gorges. De gauche à droite et de haut en bas : à 362 Hz, 2784 Hz, 3102 Hz, 3891 Hz.

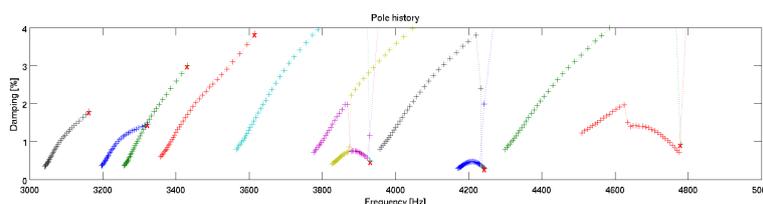


FIG. 3 – Evolution des fréquences et des amortissements équivalents.

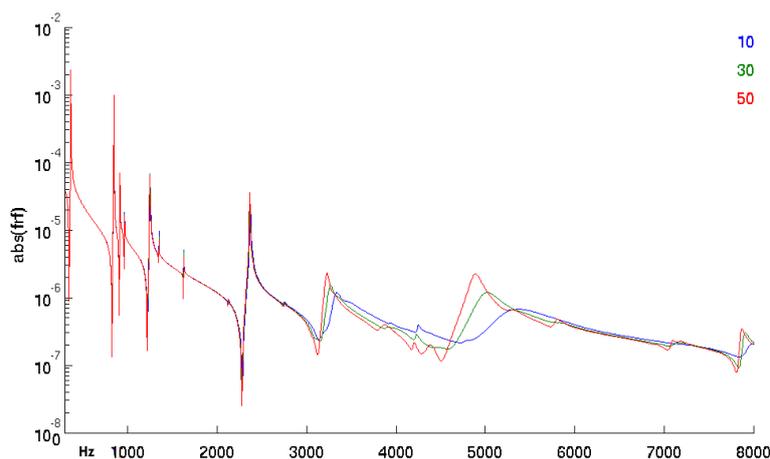


FIG. 4 – Trois exemples de réponses en fréquence pour des températures différentes (10, 30 et 50 °C).

des nombres de modes plus élevés la performance peut chuter, mais son intérêt reste majeur même pour des systèmes à quelques milliers de modes, et ceci d'autant plus que l'on souhaite généralement réaliser un nombre important de cas de calcul. Une fois la réduction réalisée, les calculs ont en effet des coûts marginaux. La réponse forcée à 2000 points de fréquence et 3 températures est calculée en 39 s, le suivi des pôles à 36 températures en 92 s. La précision de la prédiction se dégrade quand on s'éloigne notablement du point nominal (module élastique de référence), mais les ordres de grandeurs sont très bien retrouvés si on prend un module de référence élevé. A l'inverse, une réduction non enrichie (sur des bases modales standard) donne souvent des ordres de grandeurs très faux.

### 3.2.2 Environnement NASTRAN/DMAP

Les solveurs disponibles sur les plates-formes dédiées à NASTRAN rendent possible l'utilisation d'éléments de degré 2 conduisant ici à un modèle à presque 900.000 degrés de liberté. La méthode est implémentée à l'aide d'une DMAP spécifique. La figure 5 (gauche) montre un exemple de rayon spectral calculé pour les observations sélectionnées sur les tourillons, dans toutes les directions. L'intérêt est de condenser l'information de multiples FRF en une seule, qui fait ressortir l'ensemble des résonances / des modes propres qui participent *effectivement* aux vibrations observées.

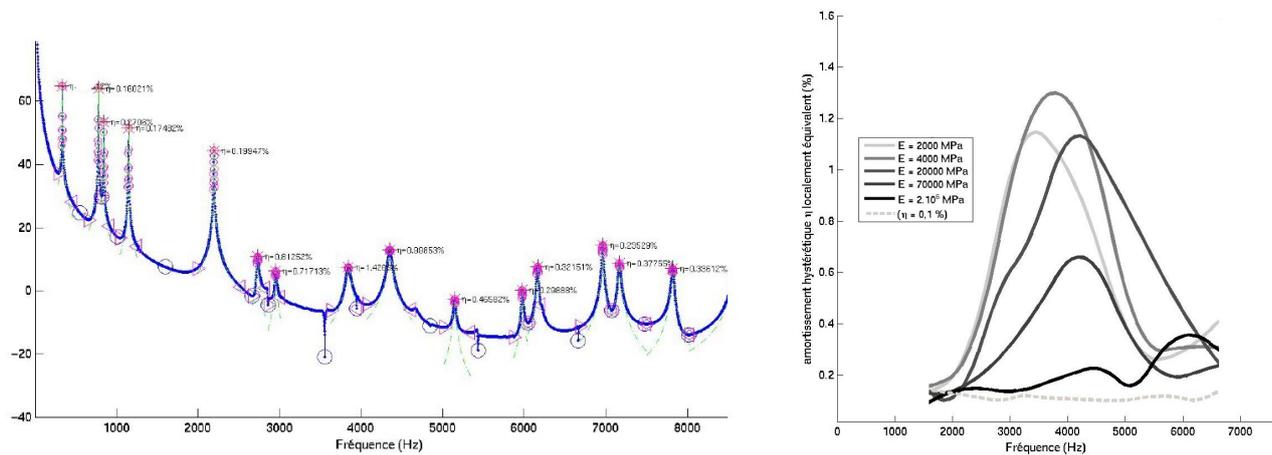


FIG. 5 – Un exemple de rayon spectral (gauche). Les amortissements équivalents pour 6 cas de calcul (droite).

La figure 5 (droite) présente enfin, pour une série de calculs faisant varier les caractéristiques du matériau dissipatif localisé, les amortissements hystériques équivalents identifiés par *peak-picking* pour chaque résonance. Les calculs réalisés ici permettent de quantifier l'amortissement effectivement apporté par ce système et de guider son optimisation : on voit notamment sur l'exemple montré ici qu'à facteur d'amortissement fixé (de l'ordre de 5 %) un module optimum existe, qui permet l'adaptation d'impédance recherchée entre la structure vilebrequin et le batteur.

Les temps de calcul sont d'environ 100 h pour un calcul direct avec un solveur récent comme celui de ACTRAN avec 900 fréquences. La méthode modale étendue écrite en DMAP demande elle moins de 3 h pour 4800 fréquences, avec une base modale tangente calculée jusqu'à 12 kHz (soit 70 modes propres élastiques) : le gain en temps CPU est très important, d'autant que des optimisations (comme l'utilisation de l'option RESTART de NASTRAN, non activée ici) sont encore possibles dans le cadre de plans d'expériences numériques.

## Références

- [1] KROPP, A., HEISERER, D., *Efficient broadband vibro-acoustic analysis of passenger car bodies using a FE-based component mode synthesis approach*. 5<sup>th</sup> WCCM, Vienne (Autriche), 2002.
- [2] NASHIF, A.D., JONES, D.I.G., HENDERSON, J.P., *Vibration Damping*. John Wiley & Sons, 1985.
- [3] PLOUIN, A.S., BALMÈS, E., *Pseudo-modal representations of large models with viscoelastic behavior*. IMAC, Santa Barbara (États-Unis), 1998.
- [4] BALMÈS, E., GERMÈS, S., *Tools for Viscoelastic Damping Treatment Design. Application to an Automotive Floor Panel*. ISMA, Louvain (Belgique), 2002.
- [5] ROY, N., GERMÈS, S., LEFEBVRE, B., BALMÈS, E., *Damping Allocation in Automotive Structures using Reduced Models*. ISMA, Louvain (Belgique), 2006.
- [6] SAUVAGE, O., *Modélisation du comportement vibratoire d'un groupe moto-propulseur de 0 à 10000 Hz*. Thèse de Doctorat, Ecole Centrale Paris, 2002.
- [7] LAGACHE, J.M., ASSAF, S., SCHULTE, C., *Finite element synthesis of structural or acoustic receptances in view of practical applications*. Journal of Sound and Vibration, vol. 310, no. 1-2, p. 313-351, 2008.
- [8] BALMÈS, E., *Optimal Ritz vectors for component mode synthesis using the singular value decomposition*. AIAA Journal, vol. 34, no. 6, p. 1256-1260, 1996.
- [9] MODRAK, G., TRAVERT, M., LAGACHE, J.M., BEAUM, B., ABBADI, Z., SAUVAGE, O., EICKHOFF, J.M., TANNEAU, O., *Crankshaft with balance weight mounted on flanges for absorbing vibration transmitted to the cylinder block of an internal combustion engine*. European Patent Office, EP1881212, 2009.
- [10] TANNEAU, O., SAUVAGE, O., LAGACHE, J.M., *Analyse vibratoire de modifications de structures. L'approche des cercles de Vincent revisitée*. Mécanique & Industries, vol. 9, no. 3, p. 213-220, 2008.
- [11] BALMÈS, E., BIANCHI, J.P., LECLERE, J.M., *Structural Dynamics Toolbox, for use with Matlab. User's Guide. Version 6.1*. www.sdtools.com, 2009.